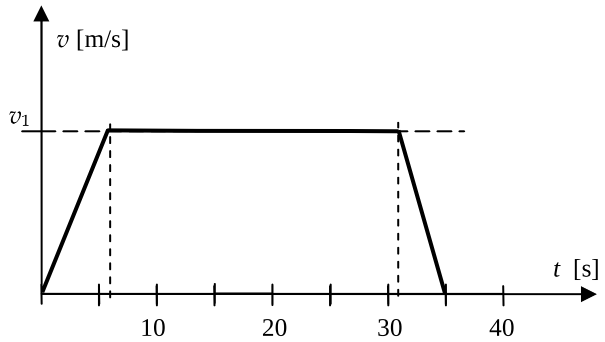
9. évfolyam

9/1. feladat:
Adatok: a_1= 2 m/s^2, t_1= 6 s, a_2= 0, t_2= 25 s, a_3= -3 m/s^2,
Kérdések: s= ?, t= ?, $v_{átl}$= ?, $a_{átl}$= ?



Az első szakasz, amelyben állandó gyorsulással mozog a kerékpáros:
a végsebesség: $v_1 = a_1 \cdot t_1 = \underline{12\text{ m/s}}$

2 pont

A fékezés időtartama:
$t_3 = \dfrac{0 - v_1}{a_3} = \underline{4\text{ s}}$. 4 pont

Az elindulástól megállásig eltelt idő:
$t = t_1 + t_2 + t_3 = 6\text{s} + 25\text{s} + 4\text{s} = \underline{\underline{35\text{ s}}}$

4 pont

Az út a grafikon alapján:
$s = \dfrac{t_{összes} + t_2}{2} v_1 = \dfrac{35\text{ s} + 25\text{ s}}{2} 12\text{ m/s} = \underline{\underline{360\text{ m}}}$ 4 pont

Az egyes szakaszokon megtett utak:
$s_1 = \dfrac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 = 36\text{ m}, \quad s_2 = v_1 \cdot t_2 = 300\text{ m}, \quad s_3 = v_1 \cdot t_3 + \dfrac{1}{2} a_3 \cdot t_3^2 = 24\text{ m}$

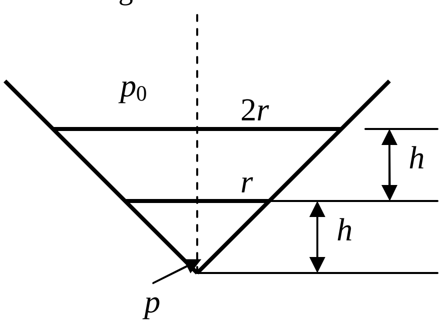
A mozgást jellemző átlagsebesség:
$v_{átl} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{360\text{ m}}{35\text{ s}} = \underline{\underline{10,3\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$, 4 pont

átlaggyorsulás:
$a_{átl} = \dfrac{v_{végő} - v_{kezdeti}}{\Delta t} = \dfrac{0-0}{35\text{ s}} = \underline{\underline{0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$ 2 pont

9/2. feladat:
Adatok: ρ= 1400 kg/m^3, $\rho_{víz}$=1000 kg/m^3, p_0=10^5 Pa, α= 45˚, h = 10 cm= 0,1 m
Kérdések: $p_{kezdetben}$=? $p_{végül}$=? Δp=?

$p_{kezdetben} = p_0 + \rho_{víz} gh + \rho gh = 10^5\text{ Pa} + 1000\text{ Pa} + 1400\text{ Pa} = \underline{\underline{1,024 \cdot 10^5\text{ Pa}}}$. 6 pont

A keveredés utáni sűrűség kiszámítása előtt számoljuk ki a kezdeti folyadékok térfogatát:
a víz térfoga :



$V_{oldat} = \dfrac{r^2 \pi \cdot h}{3} = 1,047 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3,$

$V_{összfolyadék} = \dfrac{(2r)^2 \pi \cdot 2h}{3} = 8,373 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3,$

$V_{víz} = V_{összfolyadék} - V_{oldat} = 7,326 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$

4 pont

Összekeveredés után a sűrűség:

$$\rho_{\text{végül}} = \frac{m_{\text{összes}}}{V_{\text{folyadék}}} = \frac{m_{\text{víz}} + m}{V_{\text{folyadék}}} = \frac{\rho_{\text{víz}} V_{\text{víz}} + \rho_{oldat} V_{oldat}}{V_{\text{folyadék}}} = \frac{7{,}326kg + 1{,}466kg}{8{,}373 \cdot 10^{-3} m^3} = \underline{1{,}050 \cdot 10^3 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\ .$$

4 pont

A folyadékok összekeveredése után az edény alján a nyomás:

$$p_{\text{végül}} = p_0 + \rho_{\text{végül}} g \cdot 2h = 10^5 \,\text{Pa} + 2100 \text{ Pa} = \underline{\underline{1{,}021 \cdot 10^5 \,\text{Pa}}}\ .$$ 3 pont

A nyomás változása az edény alján:

$$\Delta p = p_{\text{végül}} - p_{\text{kezdetben}} = \underline{\underline{-300 \text{ Pa}}}\ .$$ 3 pont

9/3. feladat:
Ahhoz, hogy a két falról visszavert hang egymás után egyenlő időközönként hallatszódjon vissza, a távolságok arányának 1:2 kell lennie. Ezért 17 m-re kell állnia az egyik faltól az embernek. Ez két esetben valósulhat meg, ha a jobb- ill. a baloldali falhoz áll közelebb.

10 pont

A tapsolást követően $t_1 = \dfrac{2 \cdot 17m}{c_{hang}} = \dfrac{34\text{m}}{340\text{m/s}} = \underline{0{,}1\,\text{s}}$, majd a távolabbi falról <u>0,2 s</u> múlva érkezik a visszavert hang. A két visszhang észlelése között 0,1 s telik el. 10 pont

9/4. feladat
A súrlódás kiszámolásához a lassulást kell megállapítanunk. Ehhez érdemes a leghosszabb lassulási szakaszt választani. A körrel jelölt mozgás ütközés utáni szakasza például 0.4 másodpercnél kezdődik, 1.9 mp-nél ér véget, 2 m/s-ról indul és 0 m/s-ra lassul le. Ebből a lassulás:

$$a = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.9 \text{ s} - 0.4 \text{ s}} = -1.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A lassulás értéke a vizsgált szakaszon –1.33 m/s^2. Mindegyik mozgási szakaszon közelítőleg ennek az értéknek kell kijönnie, bár a leolvasási pontatlanságot figyelembe véve kicsit ingadozhat.

Vízszintes csúszás esetén a súrlódás: $\mu = -\dfrac{a}{g} = -\dfrac{-1.33\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0.13$

<u>A súrlódási együttható értéke 0.13 körül van.</u> 5 pont

A ütközés rugalmasságának vizsgálatához az ütközés előtti és utáni összenergiákat kell összehasonlítanunk.

Az ütközés előtti pillanatban a körrel jelölt test sebessége kb. $v_{11} = -1\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Az ütközés előtti pillanatban a négyzettel jelölt test sebessége kb. $v_{21} = 3.5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Az ütközés utáni pillanatban a körrel jelölt test sebessége kb. $v_{12} = 2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Az ütközés utáni pillanatban a négyzettel jelölt test sebessége kb. $v_{22} = -1.5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ 4 pont

A lendületmegmaradásból kiszámolható a tömegek aránya:

$$m_1 v_{11} + m_2 v_{21} = m_1 v_{12} + m_2 v_{22}$$

$$\frac{m_2}{m_1}=\frac{v_{12}-v_{11}}{v_{21}-v_{22}}=\frac{2\frac{\text{m}}{\text{s}}-\left(-1\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{3.5\frac{\text{m}}{\text{s}}-\left(-1.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}=0.6$$ 3 pont

A mozgási energiák összege az ütközés előtt:

$$E_{\text{ü.e.}}=\frac{1}{2}m_1v_{11}^2+\frac{1}{2}m_2v_{21}^2=\frac{1}{2}m_1\left(-1\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2+\frac{1}{2}0.6\cdot m_1\left(3.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2=m_1\cdot 4.18\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

A mozgási energiák összege az ütközés után:

$$E_{\text{ü.u.}}=\frac{1}{2}m_1v_{12}^2+\frac{1}{2}m_2v_{22}^2=\frac{1}{2}m_1\left(2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2+\frac{1}{2}0.6\cdot m_1\left(-1.5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2=m_1\cdot 2.68\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Mivel az ütközés utáni mozgási energiák összege jóval kisebb, mint az ütközés előtt, így az ütközés csak részben rugalmas. 3 pont

A C válasz a helyes. 5 pont

9/5. feladat

Adatok: $\rho_{réz}$=8920 kg/m^3, $\rho_{víz}$=1000 kg/m^3, $\rho_{levegő}$ elhanyagolható, r = 5 cm

A golyó átlagsűrűsége:

$$\rho_{\text{átl}}=\frac{m_{\text{golyó}}}{V_{\text{golyó}}}\approx\frac{m_{\text{réz}}}{V_{\text{golyó}}}=\frac{4r^2\pi\cdot d\cdot\rho_{réz}}{\frac{4r^3\pi}{3}}=\frac{3\cdot d\cdot\rho_{réz}}{r}$$ 4 pont

Az 5 cm sugarú gömb félig merül el: $\rho_{víz}g\frac{V}{2}=\rho_5 gV \quad\rightarrow\quad \rho_5=\frac{\rho_{víz}}{2}$

$$\rho_5=\frac{\rho_{víz}}{2}=\frac{3\cdot d\cdot\rho_{réz}}{0,05\,\text{m}}\quad\rightarrow\quad d\cdot\rho_{réz}=\frac{50}{6}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2},\quad (d=0,934\text{ mm})$$ 5 pont

Használjuk fel azt, hogy ha a golyó átlagsűrűsége nagyobb, mint a víz sűrűsége, akkor elsüllyed a gömb.

Mikor lesz $\rho_{\text{átl}}>\rho_{\text{víz}}$:

$$\rho_{\text{átl}}=\frac{3\cdot d\cdot\rho_{réz}}{r}=\frac{3\cdot d\cdot\rho_{réz}}{r}=\frac{3\cdot\frac{50}{6}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}}{r}=\frac{50}{2r}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}>\rho_{\text{víz}}\quad,$$

$$\frac{50}{2r}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}>1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$ 6 pont

$$r<0,025\text{ m}=2,5\text{ cm}.$$

A gömbök közül kettőnek kisebb a sugara 2,5 cm-nél, ezek lesüllyednek, a 3, 4, 5, 6 és 8 cm-es gömbök fognak úszni.

A helyes válasz C. 5 pont

10. évfolyam

10/1. feladat
A kilövellő vízsugár kezdeti sebessége a Bernoulli-törvényből számolható ki:

$p_0 + \rho g(H-h) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2$, amiből: $v_0 = \sqrt{2g(H-h)} = 2.80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ 4 pont

A vízsugár mozgása vízszintes hajításként írható fel, vízszintes irányban:

$$x = v_0 t$$

Függőleges irányban:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$ 5 pont

A függőleges irányú elmozdulás felírható a *h* magasság és a lejtő paramétereinek felhasználásával:

$$y = h + x\cdot\tan\alpha$$ 5 pont

Utóbbi három összefüggésből egy másodfokú egyenlet adódik *x*-re:

$$\frac{x^2}{4(H-h)} - x\cdot\tan\alpha - h = 0$$

Ennek megoldása és gyökei:

$$x_{1,2} = 2(H-h)\cdot\left(\tan\alpha \pm \sqrt{\tan^2\alpha + \frac{h}{H-h}}\right)$$

$$x_1 = 107.3\ \mathrm{cm}$$ 4 pont

$$x_2 = -14.9\ \mathrm{cm}$$

A x_1 adja a probléma valódi megoldását, míg az x_2 azt a virtuális metszéspontot adja, amit a lejtő síkjának és a hajítás pályájának kezdőpont előtti meghosszabbításával kapnánk.

A vízsugár becsapódásának lejtőn mért távolsága: $l = \frac{x_1}{\cos\alpha} = 124\ \mathrm{cm}$ 2 pont

10/2. feladat: AZONOS a 9. évfolyam 2. feladatával

10/3. feladat
Adatok: a szoba méretei: 5 m, 4 m, 3 m,
A levegőben a telített vízgőz sűrűsége, nyomása függ a hőmérséklettől:
ρ_{25}= 0,0230 kg/m^3 , p_{25} = 3,168 kPa, ρ_{20}= 0,0173 kg/m^3 , p_{20} = 2,334 kPa
ρ_{10}= 0,0094 kg/m^3 , p_{10} = 1,226 kPa

A szoba levegőjében 25˚C-on 100 % páratartalomnál a víz tömege:

$$V_{szoba} = 60\ \mathrm{m}^3$$

$$m_{25} = V_{szoba}\cdot\rho_{25} = 1{,}38\ \mathrm{kg}$$, 2+3 pont

50 % páratartalom mellett:
$m_{víz}$= 0,5·m_{25}= 0,69 kg . 5 pont
A szoba levegőjében 20˚C-o n és 10˚C-o n 100 % páratartalomnál a víz tömege

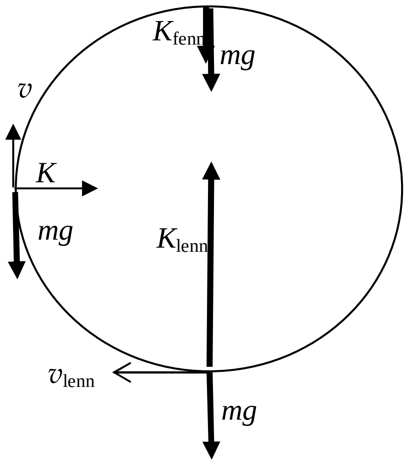
$m_{20} = V_{szoba}\cdot\rho_{20} = 1{,}04\ \mathrm{kg}$ és $m_{10} = V_{szoba}\cdot\rho_{10} = 0{,}564\ \mathrm{kg}$. 2 pont

A páratartalom 20˚C-o n: $\frac{m_{víz}}{m_{20}}100\% = 66\%$, 3 pont

A páratartalom 10˚C-o n, 100%, mivel $m_{víz} > m_{10}$, 4 pont
Lehűlés közben elsősorban a falon, a hidegebb helyeken kiválik, lecsapódik a víz egy része.
(0,69 kg- 0,564 kg= 126 g. Nem kellett kiszámolnia!) 1 pont

10/4. feladat AZONOS a 9. évfolyam 4. feladatával

10/5. feladat
Kérdések: $F_{\max} - F_{\min} = ?$ $v_{\text{alsó}} = ?$, a körpálya sugara $r=l$



A mechanikai energia-megmaradási tétel szerint:

$$E_{mozg} + E_{magassági} = állandó$$

Ebből következik, hogy a sebesség maximális lesz a legalsó pontban és minimális a legfelső pontban.
A dinamika körmozgásra vonatkozó feltételét a felső és alsó pontra is alkalmazva (az erők iránya akkor pozitív az egyenletek felírásakor, ha azok a kör középpontja fele mutatnak)

$$K_{lenn} - mg = m\frac{v_{lenn}^2}{r} \quad \rightarrow \quad K_{lenn} = m\frac{v_{lenn}^2}{r} + mg$$

$$K_{fenn} + mg = m\frac{v_{fenn}^2}{r} \quad \rightarrow \quad K_{fenn} = m\frac{v_{fenn}^2}{r} - mg$$

A mechanikai megmaradás tételét alkalmazzuk a legalacsonyabb és a legmagasabb pontra:

$$\frac{1}{2}mv_{lenn}^2 = \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 + m2rg \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_{lenn}^2 - \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 = m2rg \quad \rightarrow$$

$$m\frac{v_{lenn}^2}{r} - m\frac{v_{fenn}^2}{r} = 4mg$$

A két kötélben ébredő erő különbsége:

$$K_{lenn} - K_{fenn} = \frac{1}{2}mv_{lenn}^2 - \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 + 2mg = 4mg + 2mg = \underline{\underline{6mg}}$$

, értéke független a legalsó pontbeli sebességtől (feltéve, hogy körbefordul a köríven). 8 pont
Tekintettel arra, hogy a kötélerő csak a kör középpontja fele mutathat, a felső pontban:

$$K_{fenn} = m\frac{v_{fenn}^2}{r} - mg \geq 0 \quad \rightarrow \quad m\frac{v_{fenn}^2}{r} \geq mg.$$

Az alsó pontban a sebességre teljesülnie kell, hogy

$$m\frac{v_{lenn}^2}{r} - m\frac{v_{fenn}^2}{r} = 4mg \quad \rightarrow \quad m\frac{v_{lenn}^2}{r} = 4mg + m\frac{v_{fenn}^2}{r} \geq 4mg + mg = 5mg$$

5 pont

$$v_{lenn}^2 \geq 5gr, \qquad \underline{\underline{v_{lenn} \geq \sqrt{5gr}}}$$

A legalsó és a legfelső pontban a kötélerők ellentétes irányú vektorok, így vektori összegük 6*mg* nagyságú és függőlegesen felfelé mutató vektor.

Amikor a kötél vízszintes, felírjuk a mechanikai megmaradás törvényét:

$$\frac{1}{2}mv_{lenn}^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mrg \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{lenn}^2 - mrg \geq \frac{5}{2}mgr - mgr = \underline{\frac{3}{2}mgr},$$

$$v \geq \sqrt{3gr}$$

ebben a helyzetben a kötélerő: $K = m\frac{v^2}{r} \geq 3mg$. 2 pont

<u>A helyes válasz: A.</u> 5 pont

11. évfolyam

11/1. feladat
Az ezüst ion egyszeresen pozitív töltésű. Az elektrolízis során kiváló töltésmennyiség:

$Q = I \cdot t = N \cdot e$, ahol *e* az elemi töltés, *I* az áramerősség, *t* az eltelt idő, *N* az ezüstionok száma

Vagyis $N = \frac{I \cdot t}{e} = \frac{4A \cdot 25 \cdot 60s}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,75 \cdot 10^{22}$ 5 pont

Az ezüst atomtömege: 108 g/mol, azaz a kiváló tömeg: m=3,75·10^{22}·108/ 6·10^{23} g==6,75 g.
5 pont

A fenti kérdésre a Faraday törvényből is választ kaphatunk:
$m = kIt = 1{,}118 mg / C \cdot 5A \cdot 300s = \underline{6,71\,\mathrm{g}}$.

Az ezüst sűrűsége 10.5 g/cm^3. Tehát a térfogata: V=6.75/10.5 cm^3=0,643 cm^3.
3 pont

A felület nagysága a gömb felszínével számolható: A=4·r^2·π=4·8^2·π cm^2=804 cm^2.
2 pont

A réteg vastagsága tehát: d=V/A=0,643/804 cm=8,00 μm. 5 pont

11/2. feladat

Adatok: $T_0 = 90\ °C,\ T_K = 20\ °C,\ T_1 = 75\ °C,\ t_1 = 5$ min.

A végső hőmérséklet: $T_V = 35\ °C$.

A hűtővíz hőmérséklete: $T_H = 15\ °C$.

Az α hűlési együtthatót kiszámoljuk a hűlési törvényből:

$$\alpha = -\frac{1}{t_1} \cdot \ln\left(\frac{T_1 - T_K}{T_0 - T_K}\right) = 4.82 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{min}} = 8.04 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}$$ 5 pont

A. eset. Várunk míg lehűl T_A-ra és aztán öntjük fel, így a közös hőmérséklet 35 °C. Ebből T_A:

$T_A = 2T_V - T_H = 55\ °C$ 2 pont

A lehűléshez szükséges idő:

$$t_A = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln\left(\frac{T_A - T_K}{T_1 - T_K}\right) = 562.3\ \text{s} = 9.4\ \text{min.}$$ 3 pont

B. eset. Felöntjük 15°C-os vízzel, majd várunk míg lehűl 35 °C-ra. A közös hőmérséklet felöntés után:

$$T_B = \frac{T_1 + T_H}{2} = 45\ °C$$ 2 pont

Tele pohár esetén 15%-kal lasabban hűl: $\alpha' = \frac{\alpha}{1.15} = 4.19 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{min}} = 6.99 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}$
3 pont

$$t_B = -\frac{1}{\alpha'} \cdot \ln\left(\frac{T_V - T_K}{T_B - T_K}\right) = 730.8\ \text{s} = 12.2\ \text{min.}$$ 3 pont

Az A eset a gyorsabb, 2.8 perccel.
A porcelán jó hőszigetelő, így a víztömeg bögrével éritkező felszínén kevesebb hő távozik, mint párolgás útján. A B esetben azért lassabb a párolgás, mivel a tele pohárban lévő víztömeg levegővel érintkező felületének aránya kisebb a teljes felülethez képest.
2 pont

11/3. feladat

Az ingákhoz tartozó kis kiterjedésű testek ütközéséről feltételezzük, hogy egyenes, centrális ütközés. Ezért a testek mindvégig körpályán mozognak (ha az egyik állva marad az ütközés után a legalacsonyabb pontban annak a mozgása is általánosítva körpályán történik).

2 pont

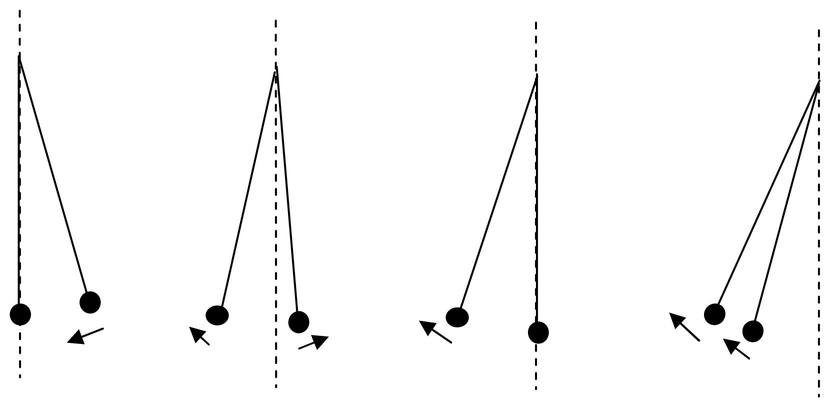
Ha az ingát kitérítjük a függőleges helyzetéből, akkor ugyanebbe a helyzetbe legközelebb a periódusidő fele, azaz *T*/2 alatt kerül, ha a mozgásnak ezen a szakaszán nem találkozik a másik ingán lévő testtel. Mindvégig feltételezzük, hogy a kitérések kicsik. 5 pont

I. eset: Tökéletesen rugalmas ütközést feltételezzünk. A kiindulást követő első ütközés után a tömegek arányától függően:

a) szétpattannak, és ellentétes irányban indulnak el, ha az álló test tömege a nagyobb

b) sebességet cserélnek, az első megáll, a második ugyanazzal a sebességgel elindul, ha a tömegek egyelőek.

c) egy irányba mozognak, de az elöl lévő sebessége nagyobb, ha az álló test tömege kisebb



kiindulás a) b) c)

3 pont

Hanyagoljuk el a testek kiterjedését. A függőleges helyzetből bármely inga *T*/2 idő alatt ér vissza a függőleges helyzetbe, ahol a következő ütközés bekövetkezik. A b) esetben az első inga megáll, és amikor a másik *T*/2 idő múlva visszajut ebbe a helyzetbe, akkor ütköznek. A periódusidő matematikai ingánál független a tömegétől. Az ütközések 1 másodpercenként követik egymást. 8 pont

Ha az ütközés részben rugalmas, akkor is *T*/2 = 1 sec időközönként találkoznak, de az energiájuk összege csökken, így csak véges számú ütközés lesz. 1 pont

Ha tökéletesen rugalmatlan az ütközés, akkor az első ütközést követően együtt fognak mozogni, ebben az esetben nincs értelme további ütközésről beszélni. 1 pont

11/4. feladat

Jelöljük a derékszögű háromszög *v* sebességgel mozgó, rövidebb befogóját *a*-val, hosszabb befogóját *b*-vel, átfogója legyen *c*.

A befogók hosszának időfüggése így:

$$b(t) = vt, \quad a(t) = b(t)\mathrm{tg}(\alpha) = vt \cdot \mathrm{tg}\alpha, c(t) = \frac{a(t)}{\sin\alpha}.$$ 3 pont

Az indukált feszültség értéke nagyon egyszerűen számolható, hiszen csak a mozgó vezetőben keletkezik: $U = -\mathbf{B} \cdot a(t) \cdot v$ képlettel számolunk. Ahol a mozgó vezetéknek egyre növekvő hossza számít.

Kiindulhatunk Faraday indukciós törvényéből is, miszerint a elektromotoros erőt a mágneses térerősség fluxusának negatív előjellel vett időbeli változása adja meg.

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Először határozzuk meg a fluxust az idő függvényében:

$$\Phi = B \cdot A(t) = B \cdot \frac{a(t) \cdot b(t)}{2} = B\frac{b(t)\mathrm{tg}\alpha \cdot b(t)}{2} = \frac{1}{2}(B \cdot \mathrm{tg}\alpha)(vt)^2$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\left(B \cdot v^2 \cdot \mathrm{tg}\alpha\right) \cdot t^2$$

Matematikai értelemben ennek az időfüggő kifejezésnek azonos az alakja pl. a szabadeséssel mozgó test út-idő függvényével. Használjuk fel az analógiát:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad v \approx \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad v = gt$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\left(B \cdot v^2 \cdot \mathrm{tg}\alpha\right) \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \approx \left(B \cdot v^2 \cdot \mathrm{tg}\alpha\right) \cdot t$$

A vezetőkörben indukált feszültség:

$$U(t) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \approx -\left(B \cdot v^2 \cdot \mathrm{tg}\alpha\right) \cdot t$$

<u>Az elektromotoros erő tehát lineárisan változik.</u> 5 pont

A kör ellenállása is változik, q a vezeték keresztmetszete:

$$R(t) = \frac{\rho}{q} \cdot (a(t) + b(t) + c(t)) = \frac{\rho}{q} \cdot a(t) \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}\right)$$ 2 pont

Az áramerősség:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R(t)} = \frac{-\mathbf{B}a(t)v}{\frac{\rho}{q} \cdot a(t) \cdot \left(\frac{1}{\tan\alpha} + 1 + \frac{1}{\sin\alpha}\right)} = \frac{-\mathbf{B}vq}{\rho \cdot \left(\frac{1}{\tan\alpha} + 1 + \frac{1}{\sin\alpha}\right)} = \frac{-\mathbf{B}vq\sin\alpha}{\rho \cdot (\cos\alpha + \sin\alpha + 1)}$$

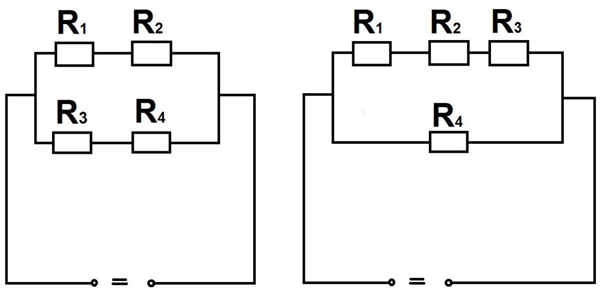
<u>Az áramerősség időben állandó.</u> 5 pont

<u>A B válasz a helyes</u>. 5 pont

11/5. feladat AZONOS a 9. évfolyam 5. feladatával

12. évfolyam

12/1. Feladat



Az első kapcsolás esetén az eredő ellenállás:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

7 pont

A második kapcsolás esetén:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1 + R_2 + R_3) * R_4}$$

7 pont

R=R' alapján adódik:

$$(R_1 + R_2 + R_3) * R_4 = (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)$$

$$R_1 R_3 + R_2 R_3 = R_3 R_4$$

Vagyis a feltétel:

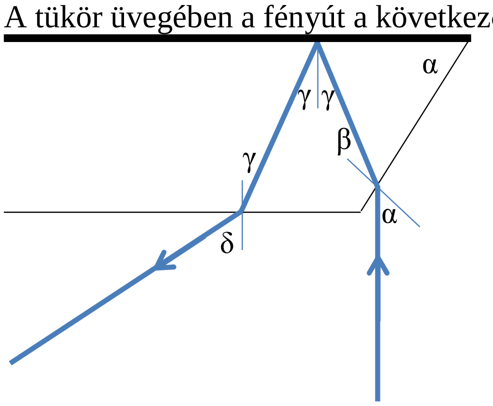
$$R_1 + R_2 = R_4$$

4 pont

R_3 értéke tetszőleges lehet. 2 pont

12/2. feladat

A tükör üvegében a fényút a következőképpen alakul:



4 pont

A beeső fénynek csak azon sugarai bomlanak színekre, amelyek a ferde oldalfaon érkeznek be. A hátlappal párhuzamos előlapon belépő sugarak beesési szögtől függetlenül nem bomlanak spektrálisan abban az esetben, ha az előlapon lépnek ki (plánparalell lemezen való áthaladáshoz hasonló eset.) 1 pont

A hátlap síkjára merőlegesesen beérkező, az oldalfalon belépő sugarak beesési szöge – merőlegeses szárú szögek lévén – megegyezik az α-val. 2 pont

A β szög kiszámolásánál a fénytörésre vonatkozó Snellius-Descartes törvényt használjuk:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \beta = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)$$

A két hullámhossz esetében ezek: $\beta_{400\text{nm}} = 36.10°,\ \beta_{700\text{nm}} = 36.53°$ 5 pont

A γ szög geometriai összefüggések alapján: $\gamma = \alpha - \beta, \quad \Rightarrow \quad \gamma_{400\text{nm}} = 23.90°,\ \gamma_{700\text{nm}} = 23.47°$

2 pont

Tükröző sík felületen a visszaverési szög megegyezik a γ beesési szöggel, majd mivel az előlap párhuzamos a hátlappal, kilépéskor a beesési szög szintén γ lesz. 1 pont

Újra felírhatjuk a törés törvényét:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n \quad \Rightarrow \quad \delta = \sin^{-1}(n\sin\gamma)$$

A kilépési szögek: $\delta_{400\text{nm}} = 36.56°,\ \delta_{700\text{nm}} = 35.42°$ 3 pont

A nyílásszög ennek a két szögnek a különbsége: $\underline{\underline{\Delta\delta = \delta_{400\text{nm}} - \delta_{700\text{nm}} = 1.14°}}$

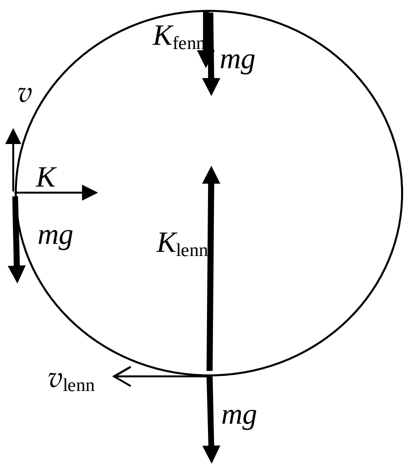
1 pont

A szemközti falon a színkép hossza: $\underline{\underline{l = L\cdot\tan(\delta_{400\text{nm}}) - L\cdot\tan(\delta_{700\text{nm}}) = 91.3\text{ mm}}}$

1 pont

12/3. feladat

Kérdések: $F_{\max} - F_{\min} = ?$ $\quad v_{\text{alsó}} = ?$, a körpálya sugara $r=l$



A mechanikai energia-megmaradási tétel szerint:

$$E_{mozg} + E_{magassági} = állandó$$

Ebből következik, hogy a sebesség maximális lesz a legalsó pontban és minimális a legfelső pontban.

2 pont

A dinamika körmozgásra vonatkozó feltételét a felső és alsó pontra is alkalmazva (az erők iránya akkor pozitív az egyenletek felírásakor, ha azok a kör középpontja fele mutatnak)

$$K_{lenn} - mg = m\frac{v_{lenn}^2}{r} \quad \rightarrow \quad K_{lenn} = m\frac{v_{lenn}^2}{r} + mg$$

$$K_{fenn} + mg = m\frac{v_{fenn}^2}{r} \quad \rightarrow \quad K_{fenn} = m\frac{v_{fenn}^2}{r} - mg$$

6 pont

A mechanikai megmaradás tételét alkalmazzuk a legalacsonyabb és a legmagasabb pontra:

$$\frac{1}{2}mv_{lenn}^2 = \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 + m2rg \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_{lenn}^2 - \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 = m2rg \quad \rightarrow$$

2 pont

$$m\frac{v_{lenn}^2}{r} - m\frac{v_{fenn}^2}{r} = 4mg$$

A két kötélben ébredő erő különbsége:

$$K_{lenn} - K_{fenn} = \frac{1}{2}mv_{lenn}^2 - \frac{1}{2}mv_{fenn}^2 + 2mg = 4mg + 2mg = \underline{\underline{6mg}}$$

, értéke független a legalsó pontbeli sebességtől (feltéve, hogy körbefordul a köríven). 3 pont

Tekintettel arra, hogy a kötélerő csak a kör középpontja fele mutathat, a felső pontban:

$$K_{fenn} = m\frac{v_{fenn}^2}{r} - mg \geq 0 \quad \rightarrow \quad m\frac{v_{fenn}^2}{r} \geq mg.$$

2 pont

Az alsó pontban a sebességre teljesülnie kell, hogy

$$m\frac{v_{lenn}^2}{r} - m\frac{v_{fenn}^2}{r} = 4mg \quad \rightarrow \quad m\frac{v_{lenn}^2}{r} = 4mg + m\frac{v_{fenn}^2}{r} \geq 4mg + mg = 5mg$$

$$v_{lenn}^2 \geq 5gr$$

$$\underline{\underline{v_{lenn} \geq \sqrt{5gr}}}$$

5 pont

12/4. feladat AZONOS a 11. évfolyam 4. feladatával

12/5. feladat

A Balaton vize állóvíznek tekinthető, amely azt jelenti, hogy a meder környéki talajvíz folyamatos hidrosztatikai egyensúlyban van a meder alján található vízzel. Éppen ezért a felszíni párolgás miatt itt magas a deutérium koncentráció. 2 pont

A Csendes-óceán esetén a mélytengeri vizekben diffúz módon alakul ki a koncentráció gradiens, ennek megfelelően a mélytengeri, illetve áramlásmentes részeken nagy a deutérium koncentrációja. 3 pont

A deutérium a protonból egy neutron befogásával keletkezik, amely a nagy neutronsűrűség és megfelelő befogási hatáskeresztmetszet esetén érvényesül. Ilyen körülmények főként csillagokban jöhet létre, amely szerint a deutérium száma a Földön közel állandónak tekinthető. 5 pont

A párolgás során a deutérium-hidrogén arány megváltozik, mivel a nehézvíz lomhábban lép ki a felszínből. Az esővízben található koncentráció, bár földrajzi elhelyezkedéstől is függ, a legkisebbnek mondható. Az esővízben található izotópok alapján meghatározható a felhő keletkezésének helye is. 5 pont

Helyes válasz az A. 5 pont