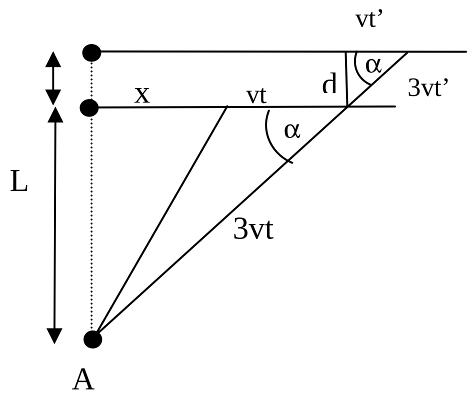
MEGOLDÁSOK

1. (Varga Zsuzsa)



Tegyük fel, hogy akkor lövünk, amikor a közelebbi tárgy x távolságot megtett. Ha t idő múlva találjuk el az első céltárgyat, a céltárgy útja vt, a lövedéké $3vt$. Mivel a lövedék áthaladva az első tárgyon változás nélkül folytatja az útját, t' idő múlva találkozik a második tárggyal.
Leolvasható az ábráról, hogy

$$\cos\alpha = \frac{vt'}{3vt'} = \frac{1}{3}, \qquad \alpha = 70{,}52°$$

A szög meghatározása, vagy a helyes ábra, amiből látszik a szög értéke: *5 pont*

Az első tárggyal való találkozási pontra felírható, hogy

$$3vt\cos\alpha = x + vt, \text{ ebből } x = 0.$$

Tehát <u>rögtön</u> kell lőni. *5 pont*

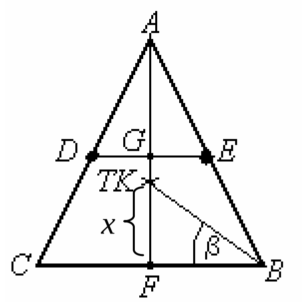
A megoldás szögfüggvény ismerete nélkül, hasonló háromszögekkel is felírható.

2. (Hilbert Margit)

Adatok: l= 2,6 m, a= 1 m, b= 0,6 m, az egyik szár tömege: $m_a = M$, és az alapé $m_b = 0{,}6\,M$

Meg kell keresni az alakzat tömegközéppontját, hiszen a testet felfüggesztve a tömegközéppont a függesztési ponton átmenő függőleges egyenesen lesz.

A háromszög oldalait helyettesíthetjük (a tömegközéppont meghatározása érdekében a D és E pontokban egy-egy M tömegű tömegponttal, ill. az F-ben egy 0,6 M tömegűvel.



Majd a két szár helyettesíthető egyetlen 2 M tömegű tömegponttal a G pontban.
A GF szakasz hossza:

$$\overline{GF} = \frac{\overline{AF}}{2} = \frac{\sqrt{(1\text{m})^2 - (0{,}3\text{m})^2}}{2} = \underline{0{,}477\text{ m}}.$$

Jelöljük x-szel a TK és az F pontok távolságát, amelyre írhatjuk, hogy:

$$0{,}6M \cdot x = 2M \cdot \left(\overline{GF} - x\right), \text{ innen } x = \frac{2M}{2{,}6M}\overline{GF} = \underline{\underline{0{,}367\ m}}. \qquad \textit{5 pont}$$

A B,F,TK derékszögű háromszög B-nél lévő β szöge nagyobb, mint 45°, mivel $x>FB$=0,3 m. Ha a keretet felfüggesztjük az A pontban, akkor stabil egyensúlyban az alapja van legalul, és vízszintes helyzetű, azaz merőleges az A-n átmenő függőleges irányra, ilyenkor a szög nagyobb, mint 45°. (A labilis egyensúlyi helyzetben is ugyanekkora ez a szög.) *2 pont*

Ha a másik két csúcsban függesztjük fel a keretet, akkor a keresett szög azonos a keret szimmetriája miatt, így elég az egyik esetet vizsgálni. Ha B-ben van a rögzített pont, akkor a

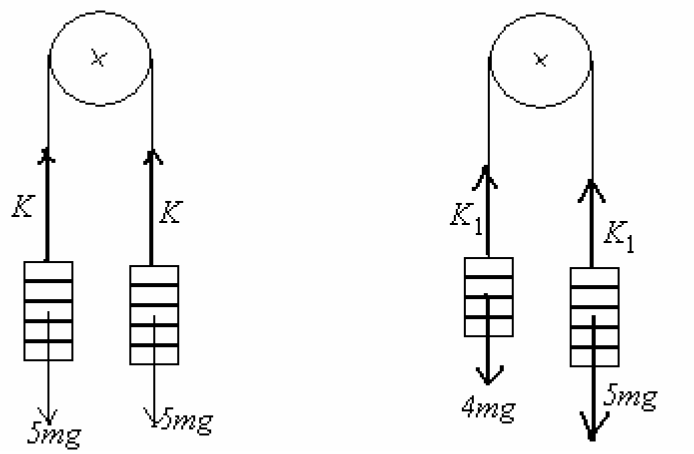
B,*TK* egyenes függőleges helyzetű, amely háromszög alapjával a β szöget zárja be, amely nagyobb, mint 45°. *3 pont*

Megállapíthatjuk, hogy a kérdéses szög egyik esetben sem lesz kisebb, mint 45°.

3. (Hilbert Margit)

Adatok: ΔF= 0,3 N

Rajzoljuk le a kezdeti esetben és a későbbi esetet, a rajban tüntessük fel a jelöléseket:



Az első esetben egyensúly áll fenn, így mindkét oldalon a korongokra ható eredő erő 0, kell legyen, ebből következik, hogy: $K = \underline{5mg}$. *2 pont*

Egy korong eltávolítása után a rajz szerinti jobb oldalon függő korongok lefelé gyorsulnak:
Írjuk fel a mozgásegyenleteket:

$$5mg - K_1 = 5ma$$
$$K_1 - 4mg = 4ma.$$

Innen: $K_1 = \underline{\frac{40}{9}mg}$. *3 pont*

Felhasználva a kötélerő megváltozását:

$$\Delta F = 0,3\ N = K - K_1 = 5mg - \frac{40}{9}mg = \frac{5}{9}mg.$$ *3 pont*

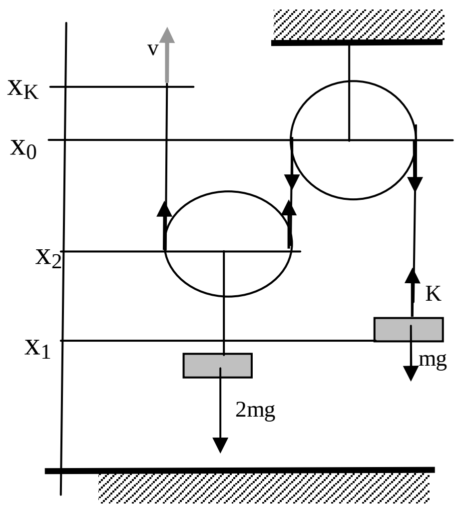
Innen: $m = \frac{9 \cdot 0,3\ \mathrm{N}}{5g} = \underline{\underline{55\ \mathrm{g}}}$. Vagyis egyetlen korong tömege 55 gramm. *2 pont*

4. (Varga Zsuzsa)

A kötélerő végig azonos a kötél mentén.
Amíg a rendszer nyugalomban van:
K = *mg*. *1 pont*

A testeket 0 sebességről gyorsítjuk *t* idő alatt v_1 és v_2 sebességre (és a kötél végét *v* sebességre). Ehhez a kötél végét *F* erővel kell húzni *t* ideig. A testek mozgásegyenlete:

$ma_1 = K - mg$
$2ma_2 = 2K - 2mg,$



$K=F$. *2 pont*

Ebből látszik, hogy $a_1 = a_2$., és mivel 0 sebességről indultak: $v_1 = v_2$. *1 pont*
Amikor a sebességek már állandók
$F = K = \mathrm{mg}$. *1 pont*

A sebességek közti kapcsolat megtalálásához a kötél hosszának állandóságát tudjuk felhasználni. Az ábra szerint:

$$(x_0 - x_1) + (x_0 - x_2) + (x_K - x_2) = \text{állandó}.$$

$$x_K - 2x_2 - x_1 = \text{állandó} - 2\,x_0 = \text{állandó}.$$ *3 pont*

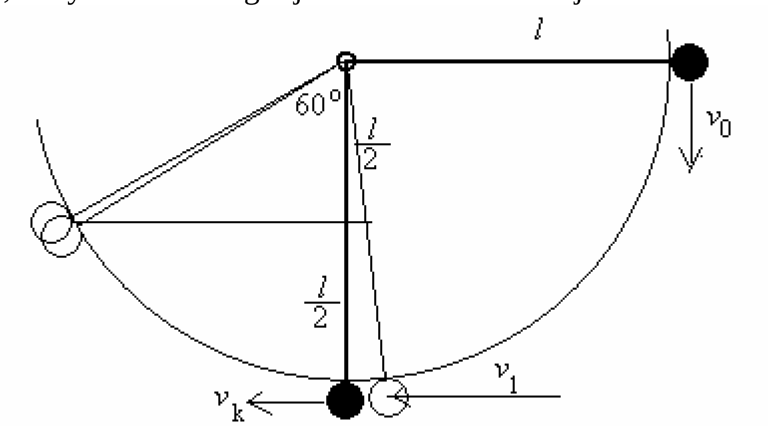
Mivel az elmozdulások állandó sebességnél arányosak a sebességgel :

$$v - 2v_2 - v_1 = 0.$$

$$v = 2v_2 + v_1 = 3v_1.$$

Tehát $v_1 = v_2 = \dfrac{v}{3}$. *2 pont*

5. (Hilbert Margit)
Készítsünk rajzot, melyben a szükséges jelöléseket is feltüntetjük:



Az első golyó ütközés előtti sebességét fejezzük ki a kezdősebességgel a mechanikai energia-megmaradás tételéből: $mgl + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$, ahonnan $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gl}$. *3 pont*

Mivel az ütközés tökéletesen rugalmatlan, az ütközés utáni közös sebességet a lendület-megmaradás törvényéből számíthatjuk ki: $m \cdot v_1 = 2m \cdot v_k$, azaz $v_k = \frac{v_1}{2}$. *3 pont*

Az ütközés utáni közös sebességből, és az emelkedés l/2 magasságából a mechanikai energia-megmaradás tételének ismételt alkalmazásával írhatunk fel újabb összefüggést:

$$\frac{1}{2}2m\frac{v_k^2}{2} = 2m \cdot g \cdot \frac{l}{2}.\ \text{Innen: } v_k = \sqrt{g \cdot l} = \frac{v_1}{2}.$$ *2 pont*

Majd v_1-et helyettesítjük az első egyenletből: $2\sqrt{g \cdot l} = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot l}$, ahonnan

$$\underline{\underline{v_0 = \sqrt{2g \cdot l}.}}$$ *2 pont*

Az első inga m tömegét $\underline{\underline{v_0 = \sqrt{2g \cdot l}}}$ sebességgel kellett ellökni.

6. (Hilbert Margit)

Adatok: P= 500 W, I= 500 $\frac{\text{cm}^3}{\text{min}} = \frac{5}{6} 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, $\rho = 0{,}9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, ΔT= 30°C

Átváltásokért: *2+1 pont*

Feltételezzük, hogy a melegítő által leadott összes hőt a kaloriméter belsejében lévő víz felveszi: a leadott hő:

$Q = P \cdot t$, ahol *t* tetszés szerinti idő. *2 pont*

Ez alatt az idő alatt a kaloriméteren átfolyó víz tömege: $m = I \cdot \rho \cdot t$. *2 pont*

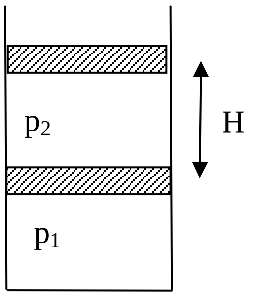
És ez a folyadékmennyiség a felmelegedésből számítható mennyiségű hőt vesz fel:

$Q_{fel} = c \cdot m \cdot \Delta T$. *2 pont*

Ha a veszteségeket elhanyagoljuk, akkor $Q=Q_{fel}$, azaz $P \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot I \cdot \rho \cdot t \cdot \Delta T$.

Innen $c = \frac{P}{I \cdot \rho \cdot \Delta T} = \underline{\underline{2222 \frac{\text{J}}{\text{kg} \times \text{fok}}}}$. *1 pont*

7. (Varga Zsuzsa)



A henger keresztnetszete legyen *A*¸így a térfogatok kezdetben: $V = AH$, a közös hőmérséklet T_0.

a) A felső dugattyú egynsúlyi helyzetére fölírható:

$p_2 A = Mg$, ahonnan $p_2 = \frac{Mg}{A}$ *1 pont*

Az alsó dugattyú egyensúlyi helyzetében:

$p_1 A = Mg + p_2 A$, ahonnan $p_1 = \frac{2Mg}{A}$ *1 pont*

Ha az alsó gázt melegítjük, a gáz tágul, de a nyomások változatlanok maradnak. Mivel a He térfogata 2-szeresre nő, Gay-Lussac törvénye szerint a hőmérséklete is 2-szeresre nő:

$$T_1 = 2T_0.$$

A szükséges hő állandó nyomáson számolva:

$Q = \frac{5}{2} n_1 R(T - T_0) = \frac{5}{2} n_1 R T_0 = \frac{5}{2} p_1 V = \frac{5}{2} \frac{2Mg}{A} AH = \underline{\underline{5MgH}}$. *2 pont*

b) A végső állapotban a hőmérséklet azonos T_k, az oxigén térfogata Ah_2, a hélium térfogata Ah_1. Mivel $\frac{A2H}{2T_0} = \frac{Ah_1}{T_k}$, és $\frac{AH}{T_0} = \frac{Ah_2}{T_k}$, amiből következik, hogy

$h_1 = h_2 \equiv h$, és $T_k = \frac{h}{H} T_0$. *1 pont*

A rendszer a környezettől el van szigetelve, így érvényes az energiamegmaradás törvénye: a gázok belső energiája + a dugyttyúk helyzeti energiája állandó.

A gázok belső energiája közvetlenül a melegítés után:

$\frac{3}{2}p_1 2V + \frac{5}{2}p_2 V = 8{,}5\ MgH$ *1 pont*

A dugattyúk helyzeti energiája: $2MgH + 3MgH = 5\ MgH$ *1 pont*

A gázok belső energiája a hőmérsékletkiegyenlítődés után

$(\frac{3}{2}n_1R + \frac{5}{2}n_2R)T_k = (\frac{3}{2}\frac{p_1V}{T_0} + \frac{5}{2}\frac{p_2V}{T_0})\frac{h}{H}T_0 = 5{,}5\ Mgh$ *1 pont*

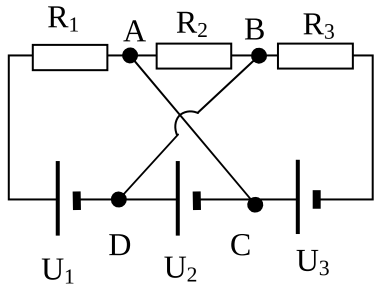
A dugyattyúk helyzeti energiája: $Mgh + 2Mgh = 3Mgh$ *1 pont*

Az energiamegmaradás szerint:

$8{,}5\ MgH + 5\ MgH = 5{,}5\ Mgh + 5{,}5\ Mgh.$

Tehát a dugattyúk távolsága: $h = \frac{27}{17}H = \underline{\underline{1{,}58H}}.$ *1 pont*

8. (Varga Zsuzsa)



$U = U_1 = U_2 = U_3 = 3$ V.

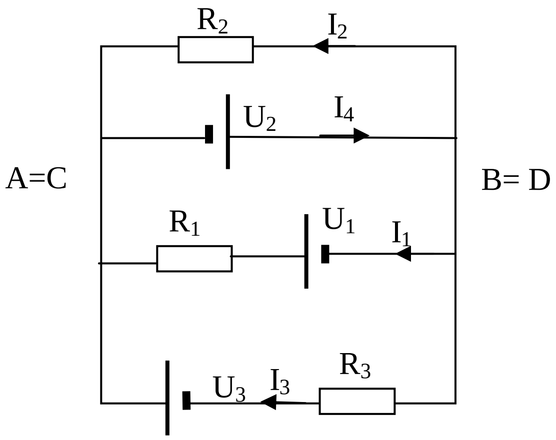
Két eset lehetséges, a 200 Ω-os ellenállás a középső, vagy valamelyik szélső. *2 pont*

a) $R_2 = 200\ \Omega$, $R_1 = R_3 = 100\ \Omega$,

b) $R_1 = 200\ \Omega$, $R_1 = R_3 = 100\ \Omega$.

Rajzoljuk át a kapcsolást és oldjuk meg a feladatot általánosan!

Kirchhoff törvényeit fölírva:



$I_2 + I_1 + I_3 = I_4$

$I_2R_2 = U_2 = U$

$I_1R_1 = U_1 + U_2 = 2U$

$I_3R_3 - I_1R_1 = U_3 - U_1 = 0$

Az egyenletrendszert megoldva:

$I_1 = \frac{2U}{R_1}$, $I_2 = \frac{U}{R_2}$, $I_3 = \frac{2U}{R_3}$

$I_4 = I_2 + I_1 + I_3$ *4 pont*

a) eset: $I_1 = 60$ mA, $I_2 = 15$ mA, $I_3 = 60$ mA, $I_4 = 135$ mA.

Tehát a telepeken ebben az esetben balról jobbra haladva 60 mA, 135 mA, 60 mA folyik át. *2 pont*

b) $I_1 = 30$ mA, $I_2 = 30$ mA, $I_3 = 60$ mA, $I_4 = 120$ mA.

Tehát a telepeken ebben az esetben balról jobbra haladva 30 mA, 120 mA, 60 mA folyik át. *2 pont*

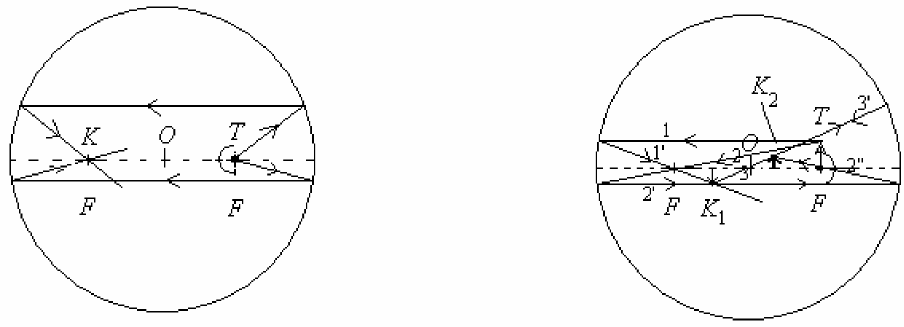
9. (Hilbert Margit).

Adatok: $f = r/2$

I. eset: $t_1 = r/2$

II. eset $t_1 = 3r/2$

Készítsük el szerkesztéssel a megoldásokat:



I. eset   II. eset

A két ábra *5 pont*

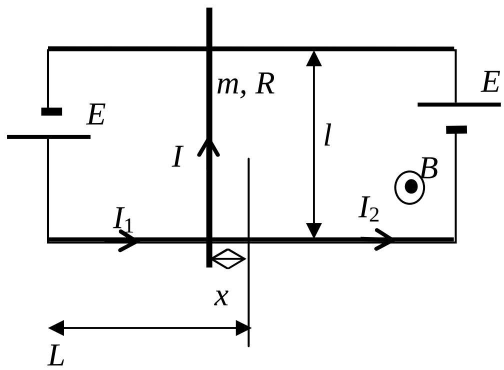
A pontszerű fényforrás mindkét esetben a gömb egy szaggatott vonallal megrajzolt átmérőjén van, a jobb oldali felező pontjában a sugárnak. F jelöli a gömbi tükörnek a fókuszpontjait, a jobb oldali jelöli a jobboldali tükör fókuszát, a bal oldali….

I. esetben a megfelelő fókuszpontban lévő pontszerű forrásból a jobb oldali felületre eső fénysugarak párhuzamosan verődnek vissza, majd azok a bal oldali felületen történő második visszaverődéssel annak fókuszpontjában találkozva hozzák létre a képet, így a második visszaverődés utáni kép a gömb bal oldali fókuszában keletkezik. *2 pont*

II. eset: A szerkesztéshez állítsunk egy az optikai tengelyre merőleges nyilat, hogy annak végpontjának képeit meg tudjuk szerkeszteni. Először balra haladnak a fénysugarak, a bal oldali felületre nézve $t_1 = 3r/2$, így k_1 ki is számítható: $\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1}$, innen: $k_1 = \frac{3}{4} r.$ A jobb oldali felülettől ennek a képnek a tárgytávolsága:

$t_2 = \frac{5}{4} r,$ és erre a fületre a k_2 képtávolság: $k_2 = \frac{5}{6} r.$ *3 pont*

10. (Varga Zsuzsa)



A rúd egyensúlyi helyzete a sín közepénél van. Ebben a helyzetben ugyanis nem folyik rajta áram. A többi helyzetben a rajta átfolyó áram következtében hat rá a *BIl* Lorentz-erő, amely mozgásba hozná. *2 pont*

Ha a rúd mozog, akkor benne indukált feszültség is keletkezik, amely a mozgást Lenz törvénye értelmében akadályozná. Ez egy fékező erőt jelent a rúdra, (*1 pont)*

de ezt a feladat értelmében most nem vesszük figyelembe.

Indukált feszültség keletkezne még amiatt is, hogy mivel a kör ellenállása a rúd mozgásával változik, az összes áramerősség is változik. (*1 pont)*
Ezt is elhanyagoljuk a föltevés szerint.

Mozdítsuk ki a rudat balra kicsiny x távolságra, és erre a helyzetre írjuk föl Kirchhoff törvényeit:

$I_1 = I + I_2 \quad \rightarrow I = I_1 - I_2$
$2I_1R_1 + IR = E,$
$2I_2R_2 - IR = E,$

ahol $R_1 = (L - x)\rho$, $R_2 = (L + x)\rho$.
Az egyenletrendszert I-re megoldva:

$$I = \frac{E(R_2 - R_1)}{R(R_1 + R_2) + 2R_1R_2} = \frac{E2x\rho}{R(2L\rho) + 2(L^2 - x^2)\rho^2}$$ *3 pont*

Figyelembe véve, hogy $x \ll L$, $I = \frac{Ex}{RL + L^2\rho} = \frac{Ex}{L(R + L\rho)}$. *2 pont*

A rúdra ható mágneses Lorentz erő: $F = IlB = \frac{ExlB}{L(R + L\rho)}$, *1 pont*

iránya a rajzon jobbfelé, azaz az egyensúlyi helyzet felé mutat.
A rúd mozgásegyenlete így éppen egy harmonikus rezgőmozgás egyenlete:

$$ma_x = -\frac{ExlB}{L(R + L\rho)}$$, ebből

$$\omega^2 = \frac{ElB}{mL(R + L\rho)}, \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{ElB}{mL(R + L\rho)}}.$$ *2 pont*