Református Középiskolák II. Országos Fizikai Feladatmegoldó Versenye
1998. március 28.

Megoldások

1. $V=10$ l; $p=P/A=1\cdot10^3$ W/m²; $A=0{,}1$ m²; $T_1=20$ °C; $T_2=50$ °C; $c_{víz}=4{,}2\,\dfrac{kJ}{kg\cdot°C}$; $\rho=10^3$ kg/m³

$t=?$

A felmelegítéshez szükséges hő: $Q=c_v\cdot m(T_2-T_1)=\underline{1{,}26\cdot10^6\ J}$ — 10 pont
A melegítés teljesítménye: $P=p\cdot A=10^2$ W
A felmelegítéshez szükséges idő:
$\underline{\underline{t}} = Q/P = \underline{\underline{1{,}26\cdot10^4\ s}} = \underline{\underline{210\ min}} = \underline{\underline{3{,}5\ h}}$ — 10 pont

2. $m=5\cdot10^7$ kg; $h=60$ m; $T=15$ °C$=288$ K; $\rho_{víz}=1{,}026\cdot10^3$ kg/m³; $\rho_{hajó}=7800$ kg/m³; $p_0=1{,}013\cdot10^5$ Pa; $T_0=273$ K; $\rho_0=1{,}29$ kg/m³; $g=9{,}81$ m/s²
$m_{lev}=?$

60 m-en a nyomás: $p = p_0 + \rho_{víz}gh = \underline{7{,}046\cdot10^5\ Pa}$ — 4 pont
A levegő sűrűsége a tengerfenéken: $\rho_{lev}=\rho_0\cdot\dfrac{p}{T}\cdot\dfrac{T_0}{p_0} = \underline{8{,}53\ kg/m^3}$ — 4 pont
A hajó lebegésének eléréséig bepumpálandó levegő tömege:
$mg + m_{lev}g = (m/\rho_{hajó} + m_{lev}/\rho_{lev})\rho_{víz}\cdot g$ — 10 pont

$$\underline{\underline{m_{lev}}} = m\frac{1-\dfrac{\rho_{víz}}{\rho_{hajó}}}{\dfrac{\rho_{víz}}{\rho_{lev}}-1} = \underline{\underline{4{,}27\cdot10^5\ kg}}$$ — 2 pont

Ennél egy kicsit több levegő bepumpálásakor felemelkedik a hajótest.

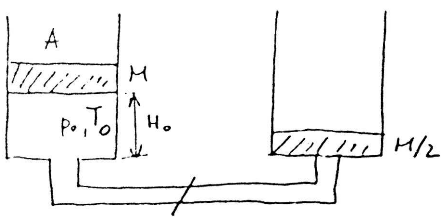
3. $T_1=10$ °C; $\rho_1=0{,}76$ g/cm³; $\rho_2=0{,}8$ g/cm³; $\beta_{alk}=1{,}1\cdot10^{-3}$ 1/K; $\alpha_{||}=4\cdot10^3$ 1/K; $\alpha_\perp=18\cdot10^{-6}$ 1/K
$T_2=?$

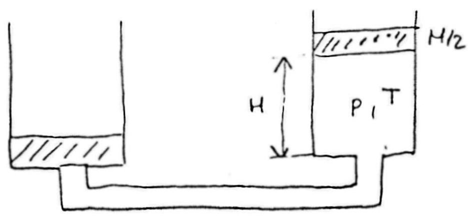
$a = a_0(1 + \alpha_{||}\Delta T)$; $b = b_0(1 + \alpha_\perp\Delta T)$; $c = c_0(1 + \alpha_\perp\Delta T)$
$V = abc = a_0b_0c_0(1 + \alpha_{||}\Delta T)(1 + \alpha_\perp\Delta T)^2$ — 5 pont
$V = V_0[1 + (\alpha_{||}+ 2\alpha_\perp)\Delta T + (2\alpha_{||}\alpha_\perp + \alpha_\perp^2)\Delta T^2 + \alpha_{||}\alpha_\perp^2\Delta T^3] \approx V_0[1 + (\alpha_{||}+ 2\alpha_\perp)\Delta T]$ — 5 pont
Lebegéskor: $\rho_{alk} = \rho_{fa}$ — 4 pont

$$\frac{\rho_2}{1+\beta_{alk}\Delta T} = \frac{\rho_1}{1+(\alpha_{||}+2\alpha_\perp)\Delta T}$$ — 4 pont

$\Delta T = 49{,}75$ °C
A fa hasáb akkor kezd el süllyedni, ha 59,75 °C fölé emelkedik a hőmérséklet. — 2 pont

4.





A csap kinyitása után a M tömegű dugattyú teljesen lesüllyed.
$p_0 = Mg/A$; $p = Mg/(2A) = p_0/2$; $p_0H_0A = NkT_0$; $pHA = NkT$

innen: $T = T_0\dfrac{pH}{p_0H_0} = \underline{T_0\cdot\dfrac{H}{2H_0}}$ — 10 pont

Mivel az egész eszköz vákuumban van $W = \Delta E_h$; $Q = 0$; ΣE = állandó.
Az összenergia = dugattyú és gáz magassági energiája + a gáz belsőenergiája:

$E_{belső} = 3/2\ NkT = 3/2\ pV$; $\Delta E_h = MgH_0 - \dfrac{M}{10}g\dfrac{H_0}{2} + \dfrac{M}{2}gH + \dfrac{M}{10}g\dfrac{H}{2}$ — 5 pont

$$MgH_0 + \frac{M}{10}g\frac{H_0}{2} + \frac{3}{2}\frac{Mg}{A}H_0A = \frac{Mg}{2}H + \frac{M}{10}g\frac{H}{2} + \frac{3}{2}\frac{Mg}{2A}HA$$

Amelyből: $\underline{\underline{H = 51/26\ H_0}}$; $\underline{\underline{T = 51/52\ T_0}}$. — 5 pont

5. m_A=1100 kg; m_B=1400 kg; s_A=8,2 m; s_B=6,1 m; μ=0,13; g=9,81 m/s^2 (10 m/s^2)
v_0=?

Az ütközés utáni sebességeket a fékutakból kiszámítva: $\frac{1}{2}m_i \cdot v_i^2 = \mu m_i g s_i$ miatt

$u_i = \sqrt{2\mu g s_i}$; u_A = 4,57 m/s (4,62 m/s); u_B = 3,94 m/s (3,98 m/s). $\boxed{\text{10 pont}}$

A lendület-megmaradás tételéből:

$m_B v_0 = m_A u_A + m_B u_B$; $\underline{\underline{v_0}} = u_B + \frac{m_A}{m_B} u_A$ = $\underline{\underline{7{,}53 \text{ m/s} = 27{,}11 \text{ km/h}}}$ (v_0 = 7,61 m/s = 27,4 km/h) $\boxed{\text{10 pont}}$

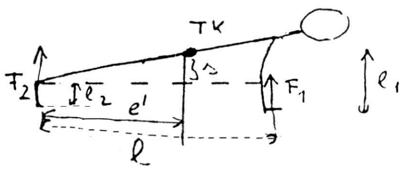
6. l=49 m - a rajzon l'=15 cm, a 12. bomba (visszafele számolva) z'=2 cm távol látszik függőlegesen.

z=6,53 m($=\frac{49\text{ m}}{15\text{ cm}} \cdot 2$ cm). v=820 km/h=227, 8 m/s $\boxed{\text{5 pont}}$

Δs=?

A bombák pályái párhuzamosan egymásba tolhatók → a kezdő és végpontok távolságai egyenlőek. $\boxed{\text{5 pont}}$
Ha nincs közegellenállás és a bombák kioldása Δt időközönként történik: $z = 1/2\, g(12 \cdot \Delta t)^2$; $\underline{\Delta t =}$ 0,096 s ≈ $\underline{0{,}1 \text{ s}}$ $\boxed{\text{5 pont}}$
A kráterek távolsága $\underline{\Delta s \approx 22{,}8 \text{ m}}$. (21,7 m) $\boxed{\text{2 pont}}$
Ha van közegellenállás, akkor a függőleges irányú gyorsulás a<g, így $\Delta t' > \Delta t$ miatt $\Delta s' > \Delta s$. Vagyis ritkábbak a bombatölcsérek. $\boxed{\text{3 pont}}$

7.



l_1=60 cm; l_2=23 cm; l=150 cm; F_1=510 N; F_2=170 N; m=69,3 kg

W=?

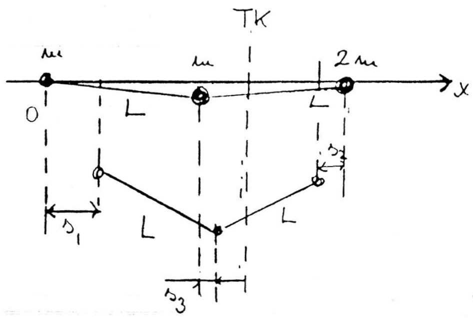
A tömegközéppont (TK) helye: $F_1(l - l') = F_2 l'$; $l' = \frac{F_1}{F_1 + F_2} l$ = $\underline{112{,}5 \text{ cm}}$

Hasonló háromszögekből: $\frac{s}{l'} = \frac{l_1 - l_2}{l}$; s = $\underline{27{,}75 \text{ cm}}$ $\boxed{\text{10 pont}}$

Lassú (v = 0) mozgás esetén W = mgs lefelé és felfelé is, $\underline{\underline{W_ö}}$ = 2·W = $\underline{\underline{377{,}4 \text{ J}}}$ $\boxed{\text{10 pont}}$

Gyors egymásutánban végrehajtva v ≠ 0 legalul → $W_ö^* \ll W_ö$.

8.



A TK végig állandó helyen marad x tengely mentén:

$$m \cdot 0 + m \cdot L + 2m \cdot 2L = 4m \cdot x_{TK}$$
$$x_{TK} = 5/4\ L$$
$$m \cdot s_1 + m \cdot (L + s_3) + 2m \cdot (2L - s_2) = 5m \cdot L$$
$$s_1 + s_3 = 2 s_2 \text{ minden pillanatban.}$$

Ütközés előtt: $s_1 = 5/4$ L; $s_2 = 3/4$ L; (s_3 = L/4). $\boxed{\text{7 pont}}$

A sebességek aránya (nagyságuk) megegyezik az utak arányával (pontosabban: a sebességek x komponenseinek aránya = az elmozdulások x komponenseinek arányával.)

$v_1/v_2 = 5/3$; $v_1/v_3 = 5$; $v_1 = 5v_3$; $v_2 = 3v_3$ $\boxed{\text{3 pont}}$

$$\left(\begin{array}{l} \sum F_{ix} = 0 \text{ miatt } p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} = 0, \text{ mert t = 0-ban 0 volt.} \\ \text{Az ütközés előtti pillanatban: } mv_1 + mv_3 - 2mv_2 = 0. \end{array} \right)$$

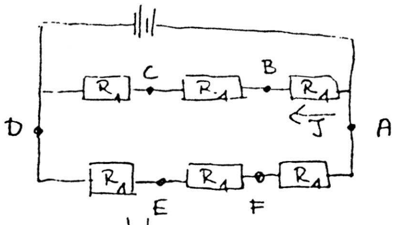
A mechanikai energia megmaradás törvényéből: $1/2\, mv_1^2 + 1/2\, mv_3^2 + 1/2\, 2mv_2^2 = mgL$, $\boxed{\text{8 pont}}$

ahonnan $\left(v_3 = \sqrt{\frac{gL}{22}} \right)$, $v_1 = 5\sqrt{\frac{gL}{22}}$, $v_2 = 3\sqrt{\frac{gL}{22}}$, $\boxed{\text{2 pont}}$

és a kényszerfeltétel miatt v_{iy} = 0 i = 1, 2, 3.

$\vec{v_3}\left(\sqrt{\frac{gL}{22}}, 0 \right)$, $\vec{v_1} = 5\vec{v_3}$, $\vec{v_2} = -3\vec{v_3}$

9.

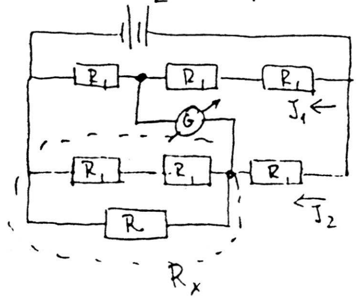


R_1=10Ω; U=12 V

I = U/(3R) = 0,4 A

U_{CA} = -20 Ω · 0,4 A = -8 V, U_{FA} = -10 Ω · 0,4 A = -4 V,

$\underline{\underline{U_{CF}}}$ = U_{CA} - U_{FA} = $\underline{\underline{-4\ V}}$ $\boxed{\text{6 pont}}$



Ha G-n nem folyik áram, akkor: $I_1 \cdot 2R_1 = I_2 \cdot R_1$, vagyis $U^*_{CF} = 0$, $I_2 = 2I_1$. $\boxed{\text{4 pont}}$

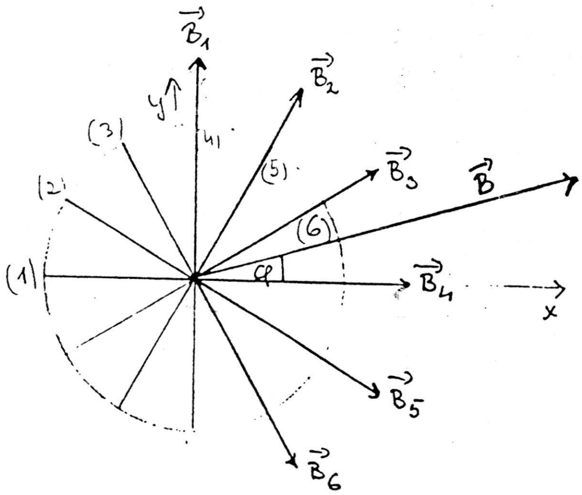
Mivel $3R_1 \cdot I_1 = U$ és $(R_1 + R_x) \cdot I_2 = U$,

így $R_1 + R_x = 3R_1/2$, $R_x = R_1/2$

és $\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R_1}$

Innen $\underline{\underline{R = 20/3\ \Omega}}$ $\boxed{\text{10 pont}}$

10.



$\mu_0=4\Pi\cdot10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}$; I=2 A; R=0,1 Ω

B=?; φ=?

Az egyes menetektől származó indukció merőleges a menetek síkjára, nagysága $B_0 = \mu_0 I/(2R) = 12{,}57\cdot10^{-6}$ T. $\boxed{\text{10 pont}}$

Az eredő indukció:

$B_x = 0 + 2B_0\cdot\cos60° + 2B_0\cdot\cos30° + B_0$

$B_x = B_0\cdot(\sqrt{3} + 2)$

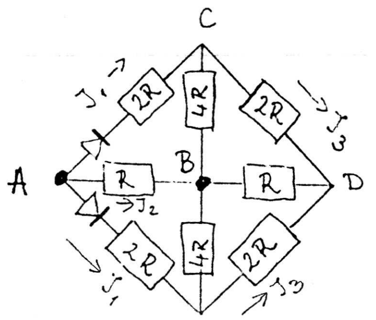
$B_y = B_0 + B_0\cdot\sin60° + B_0\cdot\sin30° - B_0\cdot\sin60° - B_0\cdot\sin30°$

$B_y = B_0$

$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = 2B_0\sqrt{2+\sqrt{3}} = \underline{\underline{3{,}86\ B_0 = 1{,}93\mu_0\cdot I/R}}$

$\underline{\underline{\varphi = 15°}}$, $\underline{\underline{B = 48{,}5\cdot10^{-6}\ T}}$ $\boxed{\text{10 pont}}$

11.



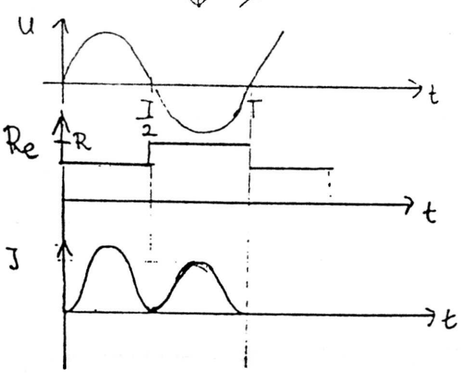
Tegyük fel, hogy $U_{AB} = U_0$ állandó és $U_A > U_B$, akkor: $R_e = \frac{U_0}{2I_1 + I_2}$,

továbbá Kirchoff törvényét felírva az ABCA és az ABDCA hurkokra:

$U_{AB} = I_1\cdot2R + (I_1 - I_3)\cdot4R$, $U_{AB} = 2R\cdot I_1 + 2R\cdot I_3 + R\cdot2I_3$

$6I_1R - 4I_3R = 2RI_1 + 4I_3R \Rightarrow I_1 = 2I_3$,

$I_1 = U_{AB}/(4R)$, $I_2 = U_{AB}/R$, $\underline{R_e} = \frac{U_{AB}}{2\cdot\frac{U_{AB}}{4R} + \frac{U_{AB}}{R}} = \underline{\frac{2}{3}R}$ $\boxed{\text{6 pont}}$



Ha $U_{AB} = U_0\cdot\sin\omega t$, akkor

$$R_e = \begin{cases} \frac{2}{3}R & \text{, ha } 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ R & \text{, ha } \frac{T}{2} < t \le T \end{cases} \quad \text{és} \quad I_{max} = \begin{cases} \frac{3}{2}\frac{U_0}{R} \\ \frac{U_0}{R} \end{cases}$$

$\boxed{\text{4+4 pont}}$

$\underline{\underline{W}} = \frac{U_0 I_0^{(1)}}{2}\cdot\frac{T}{2} + \frac{U_0 I_0^{(2)}}{2}\cdot\frac{T}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{8}\frac{U_0^2}{R}\cdot T}}$, $P_{átl} = \underline{\underline{\frac{5}{8}\frac{U_0^2}{R}}}$ $\boxed{\text{6 pont}}$