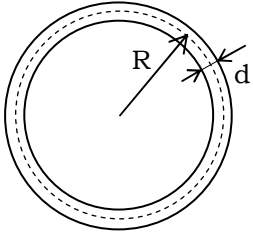


Református Középiskolák I. Országos Fizikai Feladatmegoldó Versenye
1997. március 22.
Megoldások

1.

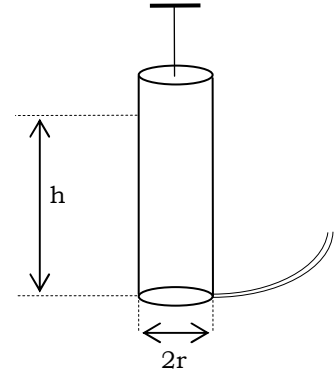


$$R = 30 \text{ cm} \quad d = 3 \text{ cm} \quad p = 3,75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$r = 2 \text{ cm} \quad h = 30 \text{ cm}$$

$$r' = 1 \text{ cm} \quad h' = 25 \text{ cm}$$

$$N = ? \quad N' = ?$$



$$V_{\text{gumi}} \approx (d/2)^2 \Pi \cdot (2R\Pi) = 1,5^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,6 \text{ m} \cdot \Pi^2 = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,33 \text{ l}$$

$$V_{\text{pumpa}} = r^2 \Pi \cdot h = 0,02^2 \text{ m}^2 \Pi \cdot 0,3 \text{ m} = 0,377 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,377 \text{ l}$$

$$V'_{\text{pumpa}} = r'^2 \Pi \cdot h' = 1 \text{ cm}^2 \cdot \Pi \cdot 25 \text{ cm} = 0,079 \text{ dm}^3 = 0,079 \text{ l}$$

V a gumi feltöltéséhez szükséges p_0 nyomású levegő térfogata:

$$V \cdot p_0 = V_{\text{gumi}} \cdot p$$

$$V = \frac{p}{p_0} V_{\text{gumi}} = \frac{3,75}{1} \cdot V_{\text{gumi}} = 4,99 \text{ l}$$

$$N \approx V/V_{\text{pumpa}}; \quad \underline{N = 14}$$

$$N' \approx V/V'_{\text{pumpa}}; \quad \underline{N' = 64}$$

2. $m_1 = 200 \text{ g} \quad t_1 = 20^\circ\text{C} \quad m_2 = 30 \text{ g} \quad t_2 = -5^\circ\text{C} \quad m_2' = 60 \text{ g} \quad (L_o = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad c_j = 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \quad c_v = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$

$$t_{\text{közös}} = ? \quad m_j = ? \quad m_v = ? \quad t_k' = ? \quad m_j' = ? \quad m_v' = ?$$

Ha a t_1 hőmérsékletű vizet lehűtjük 0°C -ra, akkor felszabadul Q_1 hő:

$$Q_1 = c_v \cdot m_1 \cdot 20^\circ\text{C} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 20^\circ\text{C} = 16,72 \text{ kJ}$$

A jég 0°C -ra melegítéséhez szükséges hő:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_j \cdot 5^\circ\text{C} = 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,03 \text{ kg} \cdot 5^\circ\text{C} = 313,5 \text{ J}$$

$$Q_2' = 2m_2 \cdot c_j \cdot 5^\circ\text{C} = 2Q_2 = 627 \text{ J}$$

A jég felolvasztásához szükséges hő:

$$Q_3 = m_2 \cdot L_o = 0,03 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 10,02 \text{ kJ}$$

$$Q_3' = 2Q_3 = 20,04 \text{ kJ}$$

Végállapot:

$$Q_1 > Q_2 + Q_3, \text{ ezért } t_k > 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 - (Q_2 + Q_3) = (m_1 + m_2) \cdot c_v \cdot t_k \Rightarrow t_k = \frac{Q_1 - (Q_2 + Q_3)}{(m_1 + m_2) \cdot c_v} = \frac{6,3863 \text{ kJ}}{4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,23 \text{ kg}} = \underline{6,64^\circ\text{C}}$$

$$\underline{m_{\text{viz}} = 230 \text{ g}}$$

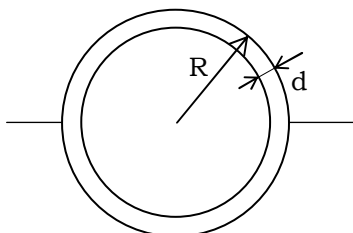
$$Q_1 < Q_2' + Q_3', \text{ ezért } t_k' = 0^\circ\text{C}.$$

Legyen m^* a megolvadó jég tömege:

$$m^* = \frac{Q_1 - Q_2'}{L_o} = \frac{16,093 \text{ kJ}}{334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 48,1 \text{ g}$$

$$\underline{m'_{\text{viz}} = 248,18 \text{ g}} \quad \underline{m'_{\text{jég}} = 11,82 \text{ g}}$$

3.



$$R = 1 \text{ m}$$

$$\rho = 8,5 \text{ kg/dm}^3$$

$$d = ?$$

I. megoldás:

$$\text{vízben: } G = F_{\text{fel}}$$

$$\left(\frac{4R^3\Pi}{3} - \frac{4(R-d)^3\Pi}{3} \right) \rho g = \frac{1}{2} \frac{4R^3\Pi}{3} \rho_{\text{víz}} \cdot g$$

$$1 - (1 - d/R)^3 = \rho_{\text{víz}}/2\rho$$

$$\sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{\text{víz}}}{2\rho}} = 1 - \frac{d}{R}$$

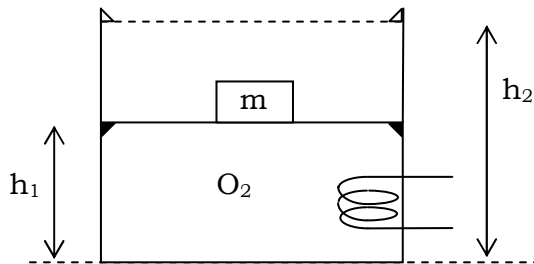
$$\frac{d}{R} = 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{\text{víz}}}{2\rho}}$$

$$d = R - R \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{\text{víz}}}{2\rho}} = R - 0,98R = 0,02R = \underline{2 \text{ cm}}$$

II. megoldás:

$$\rho_{\text{átl}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{víz}} = \frac{m}{V} = \frac{\frac{4R^3\Pi}{3} - \frac{4(R-d)^3\Pi}{3}}{\frac{4R^3\Pi}{3}} \rho \dots$$

4.



$$T_1 = 300 \text{ K} \quad p_1 = 10^5 \text{ Pa} \quad p_1 = p_0 \quad A = 2 \text{ dm}^2 \quad m = 50 \text{ kg}$$

$$h_1 = 3 \text{ dm} \Rightarrow V_1 = 6 \text{ l} \quad h_2 = 5 \text{ dm} \quad P = 10 \text{ W} \quad t = 250 \text{ s}$$

$$p_i, V_i, T_i = ? \quad W = ?$$

1) $p_2 = p_0 + mg/A$, első szakasz, amíg a gáz nyomása eléri p_2 -t
 $p_2 = 10^5 \text{ Pa} + 50 \cdot 9,81/0,02 \text{ Pa} = 1,245 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = V_1 = 6 \text{ dm}^3$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 373,5 \text{ K} \quad W_{\text{gáz},1} = 0$$

2) $p_2 = \text{áll.}$, amíg a dugattyú felér a felső gyűrűhöz:

$$V_3 = 10 \text{ dm}^3 \quad \frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_1} \cdot T_2 = \underline{622,5 \text{ K}}$$

$$W_{\text{gáz},2} = p_2 \cdot \Delta V = 1,245 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = \underline{498 \text{ J}}$$

$$W = -W_{\text{gáz}} = \underline{-498 \text{ J}}$$

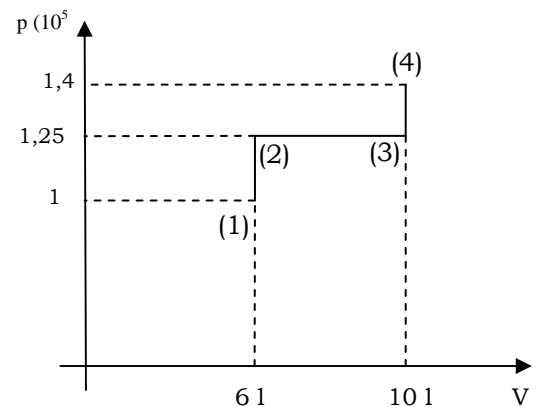
3)

$V_3 = \text{áll.}$, melegítjük tovább

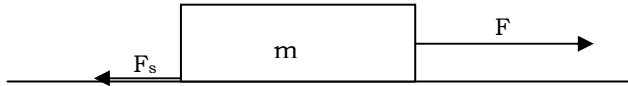
$$\Delta E = Q + W = P \cdot t - W_{\text{gáz}} = 2500 \text{ J} - 498 \text{ J} = 2002 \text{ J} = E_4 - E_1$$

$$E_4 - E_1 = \frac{5}{2} Nk(T_4 - T_1) = \frac{5}{2} \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_4 - T_1) \quad T_4 - T_1 = 420,4 \text{ K} \quad \underline{T_4 = 700 \text{ K}}$$

$$\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_2}{T_3} \Rightarrow p_4 = p_2 \cdot \frac{T_4}{T_3} = \underline{1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$



5.



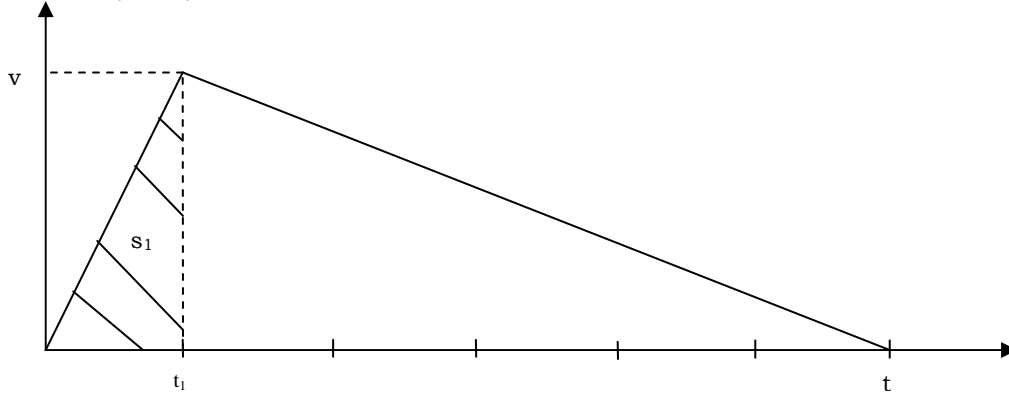
$$F = 12 \text{ N} \quad F_s = 2 \text{ N} \quad m = 8 \text{ kg} \quad s = 840 \text{ m}$$

$$s_1 = ? \quad t = ?$$

$$\text{I. } F - F_s = m \cdot a_y$$

$$\text{II. } -F_s = ma_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = -\frac{10}{2} = -5, \quad a_1 = 1,25 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = -0,25 \text{ m/s}^2$$

$$v = a_1 t_1 = t_2 |a_2| \Rightarrow t_1 = t_2/5 = t/6$$

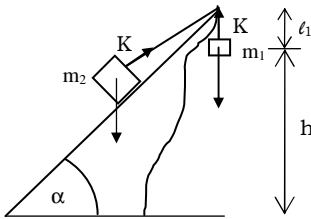


$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{v \cdot 6t_1}{2} = 3 \frac{v^2}{a_1} \quad v = \sqrt{\frac{s \cdot a_1}{3}} = \underline{18,71 \text{ m/s}}$$

$$t = 2s/v = \underline{89,8 \text{ s}}$$

$$\text{ábráról: } s_1 = s/6 = \underline{140 \text{ m}}$$

6.



$$\alpha = 45^\circ$$

$$m_1 = 52 \text{ kg}$$

$$m_2 = 68 \text{ kg}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$l_1 = 2 \text{ m}$$

$$l = 30 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\text{a. } m_1 \cdot a = m_1 \cdot g - K$$

$$m_2 \cdot a = K - m_2 g \sin \alpha \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2} g = 0,32 \text{ m/s}^2$$

$$v_1 = \sqrt{2ah} = \underline{3,10 \text{ m/s}}$$
 sebességgel ér Péter a szakadék aljára.

b, m_2 (János) mozgása:

$h + h_1 = 17 \text{ m}$, $L - 17 \text{ m} = 13 \text{ m}$ -re van János a lejtő tetejétől, amikor Péter leér.

Fölfelé mozog még: $x = (v_1)^2 / (2g \sin \alpha) = 0,69 \text{ m}$ -t \Rightarrow nem esik le a lejtő tetejéből.

c, János mozgása lefelé: Az a legjobb, ha Péter csak akkor engedi el a kötelet, amikor az újra megfeszül. Így János útja a lejtő aljáig $x = 17 \text{ m} / \sin \alpha - 13 \text{ m} = \underline{11,04 \text{ m}}$.

Energiatételből: $v_2 = \sqrt{2xg \sin \alpha} = \underline{12,37 \text{ m/s}}$ sebességgel ér János a lejtő aljára.

Megjegyzés: Péter és János testmagasságát nem vettük figyelembe.

7. $d = 82 \text{ m}$ $t = 0^\circ \text{C}$ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$\Delta m/m = ?$$

A kislabda-dobás eredményéből becslés adható az eldobás sebességére. Ekkora dobás esetén hanyagoljuk el a kezdőpont és a leérkezés szintkülönbségét. Ezért feltehetjük, hogy a hajtás szöge: $\alpha \approx 45^\circ$.

$$d = v_0 \cos \alpha \cdot t; \quad t = 2v_0 \sin \alpha / g \Rightarrow d = (v_0)^2 \sin 2\alpha / g; \quad v_0 = \sqrt{dg} = \underline{28,36 \text{ m/s}}$$

Tegyük fel, hogy a hógolyó v_0 kezdősebessége a falba csapódásig nem változik lényegesen. A hanghatás is elhanyagolható.

$$Q = \Delta m \cdot L_0 \approx \frac{1}{2} m (v_0)^2$$

$$\Delta m/m = (v_0)^2 / (2L_0) = dg / (2L_0) = 1,2 \cdot 10^{-3} = \underline{0,12 \%}$$

8. $n = N/V$, N a részecskék száma, V a gáz térfogata.

$$pV = NkT \Rightarrow p = nkT \Rightarrow n = p / (kT)$$

$$\text{Így } \epsilon - 1 = p \frac{\alpha}{\epsilon_0 kT} = p\kappa, \quad \kappa \text{ konstans} \Rightarrow \epsilon = 1 + p\kappa$$

$$\text{Ha } p = p_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad \epsilon_1 = 1,00059 \Rightarrow \kappa = (\epsilon_1 - 1) / p_1 = 0,00059 / p_1$$

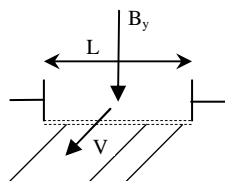
$Q = CU$, $U = \text{áll.} \Rightarrow Q_2/Q_1 = C_2/C_1 = \epsilon_2/\epsilon_1 = (1 + \kappa_3 p_1)/1,00059 = (1 + 3 \cdot 0,00059)/1,00059$
 $Q_2/Q_1 = 1,0012 \Rightarrow$ A töltés növekedés 0,12%

9. $N = 500$ $l = 0,05 \text{ m}$ $\alpha = 60^\circ$ $I = 6 \text{ mA}$

Előbb meghatározzuk a mágneses indukciót: a tekercsben elhelyezett kis mágnesűre nem hat erő $\Rightarrow B = B_{\text{Föld}}$

$$B = \mu_0(NI)/l = 0,754 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

$$b, U = 7 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad L = 200 \text{ m} \quad v = ?$$



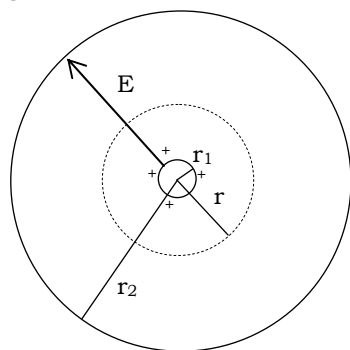
$$B_y = B \sin 60^\circ = 0,653 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

a tengervíz vezető, ugyanaz történik, mint mozgó vezető esetén.

$$U = B_y L v \Rightarrow v = U/(B_y L) = \underline{0,55 \text{ m/s}}$$
 az áramlás sebessége.

10.

Geiger-Müller:



$$d_1 = 25 \mu\text{m} \quad r_1 = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}; \quad d_2 = 2,5 \text{ cm} \quad r_2 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$L = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \quad U = 1000 \text{ V} \quad C = 2\pi L \epsilon_0 / \ln(r_2/r_1)$$

A szálon, ill. a hengeren levő töltés: $Q = CU = 2\pi L \epsilon_0 U / \ln(r_2/r_1) = \underline{8,04 \cdot 10^{-10} \text{ C}}$

E-t a Gauss-törvénnyel határozzuk meg:

$$E \cdot 2\pi r L = Q/\epsilon_0 \Rightarrow E(r) = Q/(2\pi \epsilon_0 r L) = \underline{U/r \cdot \ln(r_2/r_1)}$$

$$r = r_1 : E_1 = U/r_1 \cdot \ln(r_2/r_1) = \underline{1,1 \cdot 10^7 \text{ V/m}}$$

$$r = r_2 : E_2 = U/r_2 \cdot \ln(r_2/r_1) = \underline{1,1 \cdot 10^4 \text{ V/m}}$$